

学位論文審査の結果の要旨

1. 申請者氏名	有元康一
2. 審査委員	主査：（鳴門教育大学 教授） 松岡 隆 副主査：（上越教育大学 教授） 中川 仁 委員：（鳴門教育大学 教授） 本田 亮 委員：（鳴門教育大学 教授） 胸組 虎胤 委員：（鳴門教育大学 特任教授） 村田 守
3. 論文題目 格子の数学とその教育への応用 ― 格子の基底と格子多角形の性質を中心として ―	
4. 審査結果の要旨 教科教育実践学専攻自然系教育連合講座 有元康一 から申請のあった学位論文について、兵庫教育大学学位規則第16条に基づき、下記のとおり審査を行った。 論文審査日時：平成31年2月3日（日） 10時30分～11時00分 場所：鳴門教育大学 自然棟7階 数学ゼミナール室 1. 学位論文の構成と概要 本論文では、格子の基底および格子多角形の性質を中心として、格子の数学とその教育への応用について考察している。 序論では論文の概要がまとめられている。 第I部 格子基底簡約とその教育への応用 情報セキュリティ分野等への応用を目的として、格子の基底をある種の単純なものに取りかえるLLL基底簡約アルゴリズムが1982年に開発された。このアルゴリズムは、実ベクトル空間における格子を対象としていたが、本研究では、有理数全体を拡大した代数体における格子への一般化の可能性を考察した結果、有理数体と虚二次体以外の代数体においては格子自体が存在し得ないことを明らかにした。また、虚二次体に対してアルゴリズムが一般化できることを示した。最後に、基底簡約理論の教育への応用について考察している。 第1章 格子の理論 以後の議論に必要な格子の一般理論について簡潔にまとめている。 第2章 実数体における格子基底簡約 代表的な簡約基底であるMinkowski簡約基底とLLL簡約基底についてまとめている。 第3章 代数体における格子基底簡約 有理数を係数とする多項式の根のみからなる体は代数体と呼ばれる。有理数体と虚二次体を除く代数体においては、格子が存在しえないことを示した。	

第4章 虚二次体における格子基底簡約

LLL基底簡約の概念を虚二次体の格子に拡張し、その性質を明らかにした。この場合のLLL簡約基底は常に存在するとは限らないため、虚二次体の代表なものであるガウスの数体上でLLL簡約基底の条件を弱めた擬LLL簡約基底を定義し、その存在性を証明した。

第5章 格子基底簡約の教材化に向けて

基底簡約理論の教材化に向けた試みとして平面のしきつめ問題を取り上げている。平行四辺形による平面のしきつめは学校でもよく取り上げられるテーマであるが、しきつめていく際の手順については考慮されていない。この手順を考える活動は、主体的・対話的学びの格好の素材を与えるものと思われる。この章では、格子の基底が手順を考える際の基本移動を与え、特に簡約基底は効率的な移動を与えることが示されており、しきつめ問題へのアプローチに有効な基礎的概念が与えられている。

第II部 格子多角形とその教育への応用

格子多角形、すなわち平面内の整数座標をもつ点からなる正方格子上に頂点をもつ多角形について考察している。具体的には、格子多角形の面積公式とともに、格子正多角形、円に内接する格子多角形、および、辺の長さが整数である格子多角形の存在性に関する既知の結果についてまとめ、さらに、各辺の長さや面積が整数であるヘロン三角形を格子三角形として構成する方法を与えた。また、それらの教材化の可能性について論じている。

第6章 格子多角形とその教材化に向けて

格子多角形の面積公式であるピックの定理とその教材化について論じた。また、格子点を頂点とする正多角形は正方形に限ることの証明を紹介した。この証明は背理法の教材や知的好奇心を引き出す教材に繋がる有効な素材となることを示した。

第7章 円周上の有理点とその教材化に向けて

円周上にある有理点の個数についての既知の結果をまとめ、その教材化について論じた。これらの内容は、連立方程式や円の方程式の学習に繋がることを指摘し、また、数学的活動のための素材としても利用可能であることを示した。

第8章 内接多角形の性質

第10章の準備として、初等幾何学のトレミーの定理の応用として、相互の距離がすべて有理数であるような無限個の点をもつ円が存在することの証明を紹介した。

第9章 菊池長良の公式とその教材化に向けて

ヘロン三角形の三辺の長さを与える和算家菊池長良の公式について考察し、その公式では表せないヘロン三角形の存在を容易に導くことのできる逆公式を導いた。和算の話題は生徒にとって馴染みやすい話題であり、教科書でもしばしば取り上げられている。和算の教材化については既に多くの研究があるが、ここでは、ヘロン三角形に係る和算に対する本研究成果が、教材化のための素材を与えることを示した。

第10章 格子ヘロン三角形とその教材化に向けて

円周上の無限個の有理点で、相互の距離がすべて有理数となるようなものが存在することを示した。また、ヘロン三角形の頂点となる格子点の求め方を見出した。格子とヘロン三角形は、ともに生徒の興味を引くことのできる題材である。これらをつなげて、格子ヘロン三角形の概念を導入し、さらにそれに関連する問題群を提示することにより、代数学の教材化における新たな可能性を示した。

まとめと今後の課題

最後に、研究のまとめと今後の課題について述べた。特に、本論文で考察した数学の内容は、中学校・高等学校における数学科において、これからの時代に求められる主体的・対話的で深い学びを実現する教材作成のための素材となりうることを指摘した。

2. 審査経過

本論文の審査は次の3つの観点を用いて行った。

(1) 論文の独創性

数学理論および数学教育の両面において独創性が認められた。数学理論面においては、格子理論の基礎の一つをなす基底簡約の標準理論の適用限界について考察し、有理数体と虚二次体を除く代数体についてはその前提となる格子が存在し得ず、基底簡約が適用できるのは、これら2種類のものに限られることを明らかにした。また、実際に虚二次体に対して簡約理論が適用可能であることを示した。これらの成果は、基底簡約理論の発展に大きな寄与を与えるものであると評価される。また、ヘロン三角形を格子上で構成する方法を与える等、学校数学との繋がりが明確な研究成果も得ている。

数学教育における課題の一つとして、数学理論の成果を課題学習等の素材として再構成することにより、主体的学びを展開するための教材開発を行うことが挙げられる。本論文では、これまでそのような取り組みが殆ど行われてこなかった格子の理論において、和算に係るものも含め多様な素材を提供しており、ここに数学教育面における独創性が見られると評価された。

(2) 論文の発展性

本論文では、代数学と離散数学の境界領域のテーマの一つである格子の数学が取り上げられているが、その領域を構成する他のテーマに対しても、教材化に係る同様の研究を進めて行くことは大きな意義を持つ。今後の発展が期待される。

(3) 学校教育の実践への貢献

中学校・高等学校の数学教科においては、課題学習のための効果的な題材を開発することが求められているが、本論文は、そのような題材の提案を行っている。これらは学校教育の実践に大きく貢献するものであると評価された。

3. 審査結果

以上により、本審査委員会は 有元康一 の提出した学位論文が博士（学校教育学）の学位を授与するにふさわしい内容であると判断し、全員一致で合格と判定した。