

学 位 論 文 要 旨

氏 名 佐々 祐之

題 目 論証指導における操作的証明の機能に関する研究

～中学校数学科における学習環境デザインを通して～

本研究論文は、理由づけの活動としての論証指導を、単なる「証明の学習」としてではなく、探究、発見、理由づけという一連の活動として捉える広義の「証明すること (Proving)」の視点から考察し、それらの学習活動における「操作的証明 (Operative proof) の機能について考察したものである。特に、中学校第2学年の数学科における、文字を用いた形式的証明の学習の単元において、おはじきと位取り表を用いた操作的証明を取り入れた学習環境のデザインを行い、実証的研究を通してリデザインを繰り返すとともに、操作的証明の機能と役割を考察してきた。これらの研究の結果、以下の5点が明らかとなった。

- ①操作的証明は、生徒の探究的活動を促進するツールとして機能すること。
- ②操作的証明の構想や形式的証明への移行に関しては、ある程度、生徒の操作に関する素地的経験や学習活動における教師の方向付けが必要であること。
- ③操作的証明の学習は、論理記号等を用いた形式的証明の一般性、つまり証明の意義の理解に関する議論を促進すること。
- ④操作的証明は、「課題探究として証明すること」において、初期の論証指導を支える役割を担うこと。
- ⑤操作的証明の発展性として、「生産的練習」を用いた学習環境のデザインが有効であること。

上記5点のうち、特に①から③は、操作的証明の概念を理論的側面から整理するだけでなく、おはじきと位取り表による操作的証明を用いた代数的証明に関する具体的な学習環境のデザインと実証的研究を繰り返す中で明らかとなった知見であり、理論と実践の往還の中で、論証指導における操作的証明の教育的意義を明らかにするとともに、操作的証明を取り入れた具体的な学習環境デザインの汎用性を確認することができた。特に、これまで理論的には前形式的証明の一部として位置付けられ、小規模な教授実験等によってその様相が語られてきた操作的証明という概念を、学校教育における授業という形で具体化する実証的研究を通して、その特徴や教育的意義について考察した初めての研究であり、教育実践学という側面からも重要な研究成果を得ることができた。

序章においては、学校教育における論理的思考力・表現力の育成の重要性が高まる中、他者への説明活動やコミュニケーション活動のための基礎的な能力として、論証能力が学校教育における重

要な位置を占めるようになってきていることを踏まえ、論理的思考力・表現力の育成を目指す小学校・中学校での学習活動を充実させるためには、論証指導の改善を志向する必要があるという問題意識をまとめた。その上で、本研究では、小学校から中学校にかけて算数・数学科という教科指導において主に行われている論証指導を取り上げ、その改善のための方策を検討するという研究の目的を設定した。また、研究の方法として、E. Ch. Wittmannが提唱する操作的証明 (Operative proof) という概念を取り上げ、その概念を明らかにするとともに、操作的証明を取り入れた学習環境のデザインを行い、論証指導における操作的証明の機能について、教育実践学的な視点から実証的な考察を行うということを述べ、全体の章構成を示した。

第1章では、学習活動としての論証指導の現状を把握するために、小学校段階から中学校段階にかけて算数・数学科という教科において主に行われている論証に関わる学習活動について、学習指導要領、教科書、各種学力調査の結果、先行研究等を分析し、課題の整理を行った。特に、本研究での中心的概念である操作的証明という証明方法の特性に考慮して、ここでは、数の性質について扱う代数的証明に焦点化し、学習指導の現状を分析した。

第2章では、論証指導に関する先行研究を整理し、一般的に数学的な命題の証明に用いられる形式的証明に対峙する概念として、厳密な論理性に縛られることなく図や操作を通して命題の正しさを説明しようとする前形式的証明という概念の特徴を明らかにした。その上で、前形式的証明の1つと位置付けられるE. Ch. Wittmannが提唱する「操作的証明 (Operative proof)」という概念を取り上げ、その性格を明らかにするとともに、操作的証明の具体的な事例として、おはじきと位取り表を用いた操作的証明を取り上げ、操作的証明がいかに関与する学習活動として具体化されるのか、また、その教育的意義や発展性としてどのような可能性を持つのかについて考察を行った。

第3章では、おはじきと位取り表を用いた操作的証明を取り入れた具体的な学習環境のデザインのために、児童生徒の既習知識・技能を把握するための実証的研究として、おはじきと位取り表の操作に関するインタビュー調査を実施し、その結果を分析、考察した。小学校高学年から中学校段階にかけての学習環境デザインを想定するという意味で、小学校第5学年の児童を対象としたインタビュー調査を行った結果、小学校高学年という発達段階の児童に関しては、おはじきと位取り表による数の表現については問題なく理解できるものの、おはじきの操作の意味理解に関しては、筆算等の計算技能だけではなく、数を柔軟に見る見方などに関する素地的経験が必要であることが明らかとなった。

第4章では、インタビュー調査から得られた知見をもとに、学習環境デザインの対象を、文字を用いた形式的証明を学習する中学校第2学年の生徒に設定し、ANNA数の数学的現象を題材とした学習環境のデザインを行った。学習環境デザインにあたっては、試行授業、附属中学校での実験授業、公立中学校での実験授業と3回にわたる実証的研究を通して、それぞれの授業を詳細に分析し、リデザインを繰り返した。特に、附属中学校で行った実験授業では、代数的証明を扱う同単位において、操作的証明を取り入れた学習活動を行う実験群と、操作的証明を行わず形式証明のみを学習する対照群とに分け、生徒の学習活動や理解の様相を比較分析することを通して、操作的証明を取り入れた学習活動の特徴を詳細に分析した。このような実証的研究と理論的分析を繰り返すことによって、操作的証明が、生徒の数学的パターンの探究的活動の助けとなることや、操作的証明を取り入れることによって、形式的証明の一般性に関する議論を促進することができ、証明の意義の理

解に効果的に機能するという事などを明らかにすることができた。

第5章では、広義の論証指導としての「証明すること (Proving)」を捉える枠組みとして、「課題探究として証明すること」という考え方を参考として、命題の生成、証明の構想・構成、評価・改善・発展という理由づけのプロセスの中で、操作的証明がどのように機能するのかを考察した。また、一連の学習プロセスの中で、証明の構想に着目して行った中学生を対象として行った教授実験の分析から、操作的証明の構想に関する知見を得ることができた。さらに、操作的証明の発展性として、「練習」という概念との結びつきに着目し、E. Ch. Wittmannの生産的練習という概念を参考にして、操作的証明の発展性について考察した。

終章では、論証指導における操作的証明の機能に関する本研究の成果を振り返るとともに、今後の課題を整理し、本研究論文全体のまとめとした。