

学位論文審査の結果の要旨

1. 申請者氏名	西村 徳寿
2. 審査委員	主査：(岡山大学 教授) 岡崎 正和 副主査：(兵庫教育大学 教授) 濱中 裕明 委員：(鳴門教育大学 教授) 秋田 美代 委員：(上越教育大学 准教授) 宮川 健 委員：(岡山大学 教授) 藤井 浩樹
3. 論文題目	関数指導におけるグラフの読解に関する研究：関数と解析幾何の視点から
4. 審査結果の要旨	<p>論文提出による学位申請者 西村 徳寿 から申請のあった学位論文について、兵庫教育大学学位規則第16条に基づき、下記のとおり審査を行った。</p> <p>論文審査日時：平成31年2月16日(土) 10時30分～11時30分 場所：兵庫教育大学神戸ハーバーランドキャンパス(演習室10)</p> <p>1. 学位論文の構成と概要</p> <p>研究の目的は、中学校の関数指導における関数的読解と解析幾何的読解の相違を明確化し、グラフに対する関数的な読解と解析幾何的な読解のそれぞれの育成をめざす指導のあり方を探究することである。なお、関数的読解とは、関数を変化する事象の場合に限定し、生徒がグラフから変量を読みとって事象の動きと結びつけて考える能力であると捉え、解析幾何的読解力は、グラフから数式を読みとって図形の空間的性質(かたち、位置、大きさ)と結びつけて考える能力であると捉えている。</p> <p>本論文の構成は以下のとおりである。</p> <p>第1章 問題の所在と目的 第2章 関数分野のグラフ読解に関わる先行研究 第3章 関数分野のグラフ読解を捉えるための理論 第4章 変量の線分化に焦点をあてた指導のあり方 第5章 関数としてのグラフ読解 第6章 解析幾何としてのグラフ読解 第7章 本研究の総括と今後の課題</p> <p>第1章では、先行研究を概観した上で、中学校数学の関数分野に含まれるグラフ読解に関する課題を整理している。1つ目は、中学校の関数の学習内容には、関数のみならず、図形を対象にした解析幾何の内容にあたるものが含まれており、関数的読解と解析幾何的読解との混同の整理と分離に向けた研究が必要である。2つ目は、①生徒が具体的な事象の中から変量を取り出し、事象とグラフを量の視点から結びつけて理解し、グラフを読み取って事象をよりよく理解するための指導プロセスが解明されていないこと、②事象の動きをグラフから読みとる際に、正比例関数と一次関数の違いが指導されていないことである。3つ目に、負の数の導入に伴う、量の理論の拡張が要請されている。</p>

第2章では、関数的読みと解析幾何的読みの相違を明確化するために、グラフ上の1点に着目して、事象の中の2変量の組として読解するか、平面上や空間上に定められた2軸からの位置としての読みとるかで、違いが顕在化できることを明らかにした。関数的側面の課題に関しては、事象から変量を取りだし、変量間の対応をどのようにとらえさせるか、特に一次関数のグラフから量感を伴って事象を読解する方法について明確にされていないことである。さらに、解析幾何的側面からの課題は、中学校数学の「2元1次方程式とグラフ」の単元と高校数学の「図形と方程式」の単元とをどのように接続できるかである。

第3章では、第1章で捉えられた課題に応える理論的視点を構成するために、関数概念や幾何概念に関する理論として、概念定義と概念イメージの理論、形的概念の理論を吟味し、さらに、視覚的表現であるグラフと認識の問題に関して、アフォーダンス理論を吟味し、概括的理論としてまとめている。次に、数学的な視点から、関数的読解と解析幾何的読解の相違性の問題、事象とグラフの関係としてのアナログ的、デジタル的な理解の問題、負の数の導入に伴う量の認識の問題について、対応の概念や量の理論、共変推論の理論等を参照し、個別的理論としてまとめている。

第4章では、事象とグラフの関係を高めるために、変化する測定対象から変量間の対応を、線分を用いてグラフ化する実践プロセスを考察した。その結果、授業は、変量の把握と対応関係の明確化、測定対象の線分化、測定対象のグラフ化、測定対象の数値化とそのグラフ化、の4段階で構成されることが示されている。

第5章では、まず、負の数の導入に伴う事象の動きと関数の種類、特に正比例関数と1次関数による読解の相違点を明らかにするため、一次関数が扱われる問題群の分類と、その分類内でのグラフと実際の事象との間の関係が分析されている。その結果、事象の動きが、定義域が0以上の正比例関数のグラフで表される場合は、経過時間に対する移動距離は直接的に対応しているが、一方、事象の動きが1次関数のグラフで表される場合は、経過時間に対応するのは基準量（初期値）と移動距離の和であり、経過時間に対応する変量の見方の違いを比較して捉えさせる指導が必要であることが明らかになった。また、区分的1次関数のグラフ読解では、共変推論と変化率の視点から1つの対象の速度が変化する事例となり、それぞれの動きの速度の変化や各区間の速度の一定性に着目した読解が必要であることが考察されている。

第6章では、解析幾何的読解の指導のあり方を検討し、高校の解析幾何と中学校の指導内容やねらいを比較検討している。その後、中学校における解析幾何的視点の理解を充実させる指導を構想して、具体的な指導の実際を示している。その結果、対象図形の中にある部分図形の比較活動により、線分や直線という形の面とその概念の面である方程式および不等式、及びそれに関わる傾きや切片の理解および変域の理解が促され、形の面と概念の面の融合を意図した教授活動が構成されることが示唆されている。

第7章では、関数的読解力と解析幾何的読解力、それぞれの育成をめざす指導について、成果と課題がまとめられている。関数的読解力の育成に関しては、グラフ理解に困難をもつ生徒への具体的支援として、測定対象を（数値化せずに）線分化して変量間の対応としてグラフ化する段階の指導を行い、変量としての認識を高め、時間と距離の共变的理解から速さの認識へと高める指導を充実させる必要性が示されている。課題は有向量の対応としてグラフ化するプロセスの更なる解明である。また、解析的読解力の育成に関しては、対象となる図形の形の面と、その図形の数式表現である概念の面の融合に困難を抱える生徒への具体的な支援として、図形相互の比較を促す活動を行い、傾きや切片の意味を顕在化させたり、直線相互の平行・垂直と傾きとの関係を捉えさせたりするための指導の視点とその指導内容を充実させることである。最後に、関数的読解と解析的読解の融合に向けた研究が課題として述べられている。

2. 審査経過

本論文の審査は次の3つの観点を用いて行った。

(1) 論文の独創性

本論文の独創性は、グラフ読解に関する先行研究を、関数的読解と解析幾何的読解の視点から分類する方法を与えるとともに、グラフに表し、読む一連の過程に、精緻な理論的枠組みを与えたことである。とりわけ、量の視点からグラフを理解することの重要性、またそれが生じるための学習指導のあり方を考案したこと、さらには正比例関数と一次関数のグラフ読解の違いを、事象における対象の移動とグラフ上での軌跡の現れの点から明らかにしたことである。

(2) 論文の発展性

本論文で与えられた理論的視点は、さらなる発展・拡張が認められる。グラフに量感を持たせ、その視点から事象を読み取ることができる視点を提供しているが、グラフにおける第2、第3、第4象限にあたる部分に、量の視点から事象との関連を見出すための研究が、今後期待される。単なる量というよりは、向きをもったベクトル量的な拡張になると考えられる。また、関数の指導では、現実的な量をもった事象を対象とするのが自然であるので、負の数への拡張においては解析幾何的視点で行うことが考えられる。関数的な読みと解析幾何的な読みとの間の融合の研究は、今後のグラフ読解に関する研究の発展として、期待できる。

(3) 学校教育の実践への貢献

学校教育への貢献としては、中学校関数分野の内容に、2種類のグラフ読解が要請されることを明確に指摘したことは、実践的研究の礎となる。今後、中学校での関数分野の新たな単元構成の研究が開始されることも期待される。本研究の視点は、小中連携、中高連携のカリキュラム研究へも発展すると考えられる。さらに、日常生活へ数学を活用する力の育成は現代的な数学教育上の課題であり、グラフ読解という視点から中学校数学の学習指導への貢献は大きいものとする。

3. 審査結果

以上により、本審査委員会は 西村徳寿 の提出した学位論文が博士（学校教育学）の学位を授与するにふさわしい内容であると判断し、全員一致で合格と判定した。