

学 位 論 文 要 旨

氏 名 西村 徳寿

題 目 関数指導におけるグラフの読解に関する研究：関数と解析幾何の視点から

本研究の目的は、中学校の関数指導における関数的読解と解析幾何的読解の相違を明確化し、グラフに対する関数的読解力と解析幾何的読解力のそれぞれの育成をめざす指導のあり方を探究することである。本研究では、関数的読解力とは、生徒がグラフから変量を読みとって事象の動きと結びつけて考える能力と捉え、解析幾何的読解力とは、グラフから数式を読みとって図形の空間的性質（かたち、位置、大きさ）と結びつけて考える能力と捉える。

第1章では、先行研究を概観し、中学校数学の関数分野のグラフ読解に関する課題を3つの面から整理した。1つ目は研究上の課題であり、中学校の関数の学習内容には、2元1次方程式のグラフのように、事象ではなく図形を対象にした課題など、本来は解析幾何の内容にあたるものが含まれており、関数的読解と解析幾何的読解との混同の整理と分離に向けた研究の必要性である。2つ目は指導上の課題であり、①生徒が具体的な事象の中から変量を取り出し、事象とグラフを量の視点から結びつけて理解するための指導プロセスが解明されていないこと、②事象の動きをグラフから読みとる際に、正比例関数と一次関数の違いが指導されていないことである。3つ目は理論上の課題であり、負の数の導入に伴う量の大きさの表現や認識の点からは、量の概念の拡張という理論的視点が要請されていることである。

第2章では、第1章で捉えられた先行研究の課題をさらに掘り下げるために、事象から変量を取りだしてグラフをつくる段階からグラフ読解を捉えている研究に焦点化して、その研究の視点を明らかにした。その視点とは、関数的読みと解析幾何的読みの相違の明確化であり、グラフ上の1点を、前者は事象のなかの2変量の組として読解するのに対して、後者は平面上や空間上に定められた2軸からの位置関係としての読みである。また、関数的側面からの課題は、事象から変量を取りだすプロセスと、取りだされた変量をどのように対応させるのか、特に、時間という量をどのように取りだすのか、そして、変量を線分や矢線で表現することの意味が明確にされていないことである。さらに、解析幾何的側面からの課題は、中学校数学の「2元1次方程式とグラフ」の単元と高校数学の「図形と方程式」の単元との接続が考慮されていないことである。

第3章では、第1章で捉えられた課題に応える理論的視点を構成するために、まず、関数概念や幾何の概念に対する認識の問題に関して、Vinner（1981）などの概念定義と概念イメージの理論とFischbein（1993）の形的概念の理論を吟味し、さらに、視覚的表現であるグラフと認識の

問題に関して、Gibson (1985) のアフォーダンス理論を吟味して概括的理論としてまとめた。次に、第2章で捉えられた課題に応える理論的視点を構成するために、関数的読解と解析幾何的読解の相違性の問題、事象とグラフのアフォーダンスの問題、負の数の導入に伴う量の認識の問題について、対応の概念や銀林 (1957) の量の理論等を参照しつつ吟味して、個別的理論としてまとめた。

第4章では、事象とグラフのアフォーダンスから変量の認識を高める視点を吟味するために、測定対象を(数値化せずに)線分化して変量間の対応としてグラフ化する実践プロセスを考察した。その結果、授業は、(1)変量の把握と対応関係の明確化、(2)測定対象の線分化、(3)測定対象のグラフ化、(4)測定対象の数値化とそのグラフ化、の4つの段階で構成されるべきであることが明らかになった。

第5章では、まず、負の数の導入に伴う量の認識の点から、事象の動きと関数の種類、特に正比例関数と1次関数による読解の相違点を明らかにするための事例分析を行った。その結果、事象の動きが正比例関数のグラフで表される場合は、経過時間に対する移動距離は直接的に対応しているが、一方、事象の動きが1次関数のグラフで表される場合は、経過時間に対応するのは基準量(初期値)と移動距離の和であり、経過時間に対応する変量の見方の違いを比較して捉えさせる指導が必要であることが明らかになった。また、区分的1次関数のグラフ読解の意味を明確にするために、共変推論と変化率の視点から1つの対象の速度が変化する事例を検討した。その結果、区分的1次関数のグラフ読解では、それぞれの動きの速度の変化や各区間の速度の一定性が顕在化することが明らかになった。

第6章では、解析幾何的読解の指導のあり方を検討するために、高校の解析幾何の指導内容を吟味して高校の解析幾何の指導のねらいを定めた。その後、中学校における解析幾何的視点を考慮した指導のねらいを定め、このねらいと理論的な視点から授業を構想し、具体的な教授活動を述べた。その結果、ねこの絵の中にある図形の比較活動により、線分や直線という形の面とその概念の面である、方程式および不等式、それに関わる傾きやy切片の理解および変域の理解を促し、形の面と概念の面の融合を意図した教授活動を構成することが示唆された。

第7章では、関数的読解力と解析幾何的読解力、それぞれの育成をめざす指導について、成果と課題をまとめた。関数的読解力の育成に関する成果は、グラフを絵として捉える生徒やグラフから速さの読解に困難をもつ生徒への具体的な支援である。それは、測定対象を(数値化せずに)線分化して変量間の対応としてグラフ化する段階の指導であり、特に、時間を変量として認識させたり、時間と距離の共变的理解から速さの認識へと高めさせたりするための指導プロセスである。課題は有向量の対応としてグラフ化するプロセスを解明することである。また、解析的読解力の育成に関する成果は、対象となる図形の形の面と、その図形の数式表現である概念の面の融合に困難を抱える生徒への具体的な支援である。それは、ICTを利用した図形相互の比較を促す活動であり、特に、図に意味を持たせ、図を変容させることにより、傾きや切片の意味を顕在化させたり、直線相互の平行・垂直と傾きとの関係を捉えさせたりするための指導の視点とその指導内容である。課題は関数的読解との融合に向けた研究を行うことである。