

学 位 論 文 要 旨

氏 名 松崎 和孝

題 目 トポロジーの学習内容とその教材群の研究
—小学校から大学までの学習内容の系統性を意識して—

学位論文要旨（和文2,000字又は英文1,000語程度）

本研究では、研究テーマを「小学校から大学までの系統性を意識してトポロジーの学習内容とその教材群を構成する」と定め、トポロジーの学習内容とその教材群の系統図を構成した。さらに、トポロジーは幾何学の一分野であることから、図形教育における2つの課題である「児童・生徒が興味・関心を持つ図形領域の内容を明らかにすること」と「平面図形と空間図形の学習内容を各学年にバランスよく配置すること」を解決するための示唆も得た。具体的には、以下の通り研究を進めた。

第1章では、本研究の研究テーマとその研究価値について述べた。具体的には、「小学校から大学までの系統性を意識して学習内容とその教材群を構成すること」は重要な研究テーマの一つであること、トポロジーは児童・生徒が興味・関心を持つような内容を豊富に含んでいること、トポロジーの学習内容やその教材についての関連研究は多くないこと、本研究結果により図形教育における2つの課題解決の示唆も得ることができるなどの理由から本研究の研究テーマは研究価値が高いと述べた。

第2章では、国際比較調査結果や大学生へのヒアリング調査結果をもとにして、図形領域の内容に対する児童・生徒の興味・関心を高めることが課題であると述べた。また、教育的価値が高いこと、児童・生徒が興味・関心を持つ内容が多いこと、実生活との関連性が高いこと、高等学校に学習内容として追加されたことを理由として、大学数学の幾何学の分野の中からトポロジーを選び、研究テーマを上述の通り定めた。さらに、この研究結果により、トポロジーの学習内容の2つの課題である「児童・生徒が興味・関心を持つトポロジーの内容を明らかにすること」と「トポロジーの内容をどの学年にどの程度指導内容として配置するか示すこと」を解決するための示唆を得ることができると述べた。

第3章では、現行の教科書における学習内容を網羅的に分析し、オイラーの多面体定理の素地となる多面体とトポロジーの学習内容について明らかにした。さらに、数学教育現代化時の教科書やベトナムの教科書の内容と比較することで、現行の教科書における学習内容の課題も提示した。

第4章では、多面体とトポロジーの教材の先行研究結果を分析した。特に、正多面体やオイラーの多面体定理を題材とした教材が多いこと、デカルトの定理やハリオットの定理を題材とした教材もあることを明らかにした。

第5章では、高等学校数学Aで学習するオイラーの多面体定理の4つの疑問点を中学校・高等学校での課題学習における課題として捉え、9つのトポロジーの教材を大学生に対して実践し、興味度や難易度などの観点から教材を評価した。特に、サッカーボールのオイラー数を計算する教材と平面図形のオイラー数を計算する教材の評価が高いという結果を得た。さらに、重ね合わせた図形の頂点、辺、面の認識調査を行い、オイラー数を計算する教材を実践する上では、頂点、辺、面の定義に十分な時間を充てる必要があることを明らかにした。

第6章では、高校生に対して、平面図形のオイラー数を計算する教材を実践し、この教材に対して全員が興味・関心を持ったという結果を得た。

第7章と第8章では、小学生と中学生に対して、多面体の模型やボールを使ってオイラーの多面体定理を発見する教材や一筆書きの教材を実践し、これらの教材に対して多くの児童・生徒が興味・関心を持ったという結果を得た。さらに、自由記述欄の意見から、このような学習体験を積み重ねることにより児童・生徒の図形領域の内容に対する苦手意識や嫌悪感が改善する可能性があるのではないかと考えた。

第9章では、トポロジーの教材群の充実化を図るため、教材の開発に用いる話題や題材について考察した。具体的には、多面体やトポロジーの話題の興味・関心について調査し、正多面体やオイラーの多面体定理などの話題に大学生が興味・関心を持つという結果を得た。また、切頂多面体、半正多面体、双対多面体の構成やつながり方に着目し、これらを題材として提示した。

第10章と第11章では、前章までの考察結果をもとに、小学校から大学までの教科書におけるトポロジーの学習内容とその教材群の系統図を構成した。特に、トポロジーの学習内容の2つの課題の解決案として、錐体や正多面体の構造を小学校で、オイラーの多面体定理を中学校で、一般のオイラーの多面体定理やオイラー数を高等学校での学習内容とすることを提示し、研究結果を総括した。

以上の通り、本研究では、現行の教科書における学習内容の網羅的な分析、先行研究結果の分析、トポロジーの教材の実践結果の分析により、小学校から大学までの教科書におけるトポロジーの学習内容とその教材群の系統図を構成した。また、トポロジーの教材の新たな題材も提示した。さらに、トポロジーの学習内容の2つの課題、特に、図形教育における2つの課題を解決するための示唆も得た。